

SIMULATED ANNEALING

Un algoritmo estocástico de búsqueda local

SIMULATED ANNEALING

- Hill-Climbing es un algoritmo **incompleto** porque puede estancarse en óptimos locales y no alcanzar el óptimo global pero **eficiente**, dado el tamaño del espacio de soluciones.
- Por contra, un algoritmo que se moviese hacia un sucesor elegido de forma uniformemente aleatoria de entre un conjunto de sucesores sería **completo** pero muy **ineficiente**.

SIMULATED ANNEALING

- El algoritmo SIMULATED ANNEALING (temple simulado) está a medio camino entre estos extremos: combina el Hill-Climbing con el seguimiento de un camino aleatorio de modo que se pueda conseguir tanto eficiencia como completitud.

SIMULATED ANNEALING – El modelo

- El modelo de funcionamiento del algoritmo procede del proceso físico del templado de metales.
- Para conseguir que la estructura molecular del metal tenga las propiedades deseadas de resistencia o flexibilidad, es necesario controlar la velocidad del proceso de templado (enfriamiento).
- Si se hace adecuadamente, el estado final del metal es un estado de mínima energía.

SIMULATED ANNEALING –Algoritmo

- El algoritmo consta de 2 elementos clave:
 1. [Bucle interno] Un método que permite obtener nuevas configuraciones (estados) a partir de la actual \Rightarrow esquema de exploración del espacio de configuraciones.
 2. [Bucle externo] Un esquema de descenso de temperatura, enfriamiento, que garantiza la convergencia a óptimos globales \Rightarrow mínima energía.

SIMULATED ANNEALING - Algoritmo

función SA(problema, esquema) ret (estado_solución)

act:= ESTADO_INICIAL(problema);

T:= temperatura_inicial(esquema); tope:=num_iteraciones(esquema); t:=0;

repetir

est:= act; it:=0;

repetir

sig:= sucesor_aleatorio (est);

$\Delta E := \text{valor}(\text{sig}) - \text{valor}(\text{est});$

si $\Delta E < 0$ entonces est:=sig;

sino q:= *min*{1, $e^{-\Delta E/T}$ };

si aleatorio(0,1)<q entonces est:=sig;

it:= it+1;

hasta it=tope;

act:= est; T:=ENFRIAR(T, esquema); t:=t+1;

hasta T \cong 0

ret act;

SIMULATED ANNEALING – Bucle interno

- Objetivo: encontrar la mejor configuración para la temperatura fijada.
- Explora caminos de, como mucho, longitud=tope.
- En lugar de elegir el ‘mejor sucesor’ elige uno aleatorio =>paseo aleatorio por el espacio de soluciones.
- La probabilidad de que una configuración sea elegida depende de su energía (función de calidad) y de la temperatura de la iteración:
 - Si $T \rightarrow \infty$, más o menos todas las configuraciones tienen igual probabilidad de ser elegidas, independientemente de su calidad.
 - Si $T \rightarrow 0$, sólo las configuraciones de coste mínimo tienen probabilidad no nula. [distribución de Gibbs]

SIMULATED ANNEALING – Bucle interno

- El sucesor aleatorio generado se convierte en el siguiente si supone una pérdida de energía (estamos minimizando y, por tanto, es mejor que su padre) pero con una cierta probabilidad también puede ser elegido aunque suponga un incremento (es peor que su padre).
 1. La probabilidad de que eso suceda disminuye exponencialmente con la maldad del empeoramiento relativo .
 2. La probabilidad también disminuye cuando baja la temperatura.

SIMULATED ANNEALING – Bucle interno

- La secuencia de configuraciones del bucle más interno reproduce un camino aleatorio para una temperatura T dada. La condición de equilibrio se puede alcanzar fijando un número máximo de pasos (tope).
- La secuencia de configuraciones que almacena la variable *act* constituyen una sucesión de muestras de Metrópolis.

SIMULATED ANNEALING – Bucle externo

- El esquema de la temperatura, T , es una función que regula su descenso. Ha de garantizar la convergencia al mínimo global, independientemente de la configuración inicial. Normalmente el valor de T se obtiene como una función del tiempo.

$$T(t) = k / \ln(1 + t)$$

es la temperatura en la iteración de muestreo t .

1. La variable t del algoritmo es como un contador de tiempo.
2. k es una constante que se ha de fijar de forma experimental

SIMULATED ANNEALING – Bucle externo

- Se puede demostrar que si el esquema de la temperatura disminuye T lo bastante despacio, el algoritmo encuentra el óptimo global con probabilidad cercana a 1.

SIMULATED ANNEALING - Aplicaciones

- El problema de optimizar una función con múltiples variables estaba presente en muchos ámbitos desde hacia tiempo pero no fue hasta 1983 en que Kirkpatrick desarrolló esta técnica para enfrentarse a ese tipo de problemas.
- Un ingeniero de General Motors aplicó este algoritmo para reducir costes de fabricación de vehículos y consiguió abaratar el coste de producción de un coche en 20\$ => ahorro de millones de dólares al año.