

# Inteligencia Artificial

## Lógica difusa

Primavera 2007

profesor: Luigi Ceccaroni

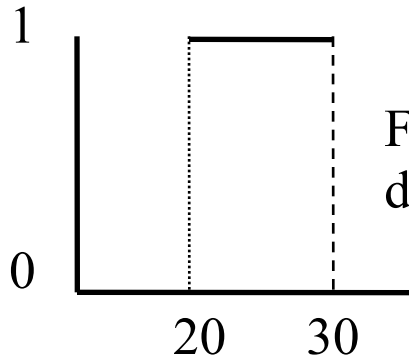


# El modelo posibilista

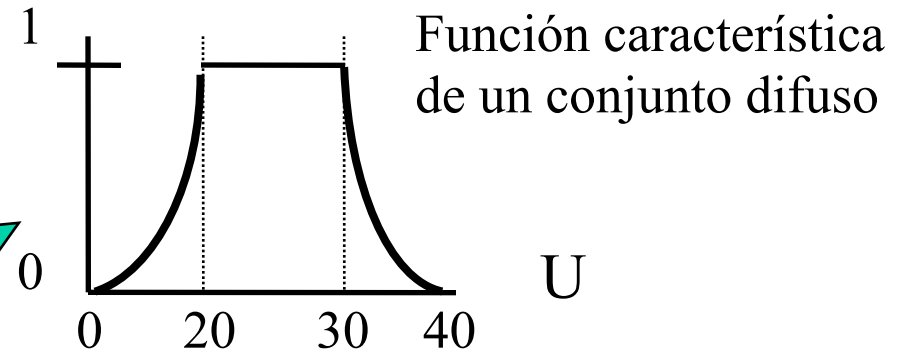
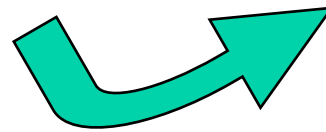
- El modelo posibilista (o teoría de la posibilidad) está basado en los conjuntos difusos de Zadeh (1965).
- El objetivo es modelar los grados de veracidad, la imprecisión o la vaguedad contenidas en proposiciones como:
  - La temperatura es **alta**.
  - Hay que girar **un poco** a la derecha.
  - Es **muy seguro** que tenga hepatitis.
  - La hipótesis H1 es **muy poco posible**.

# Conjuntos difusos

- Un conjunto difuso es una generalización de la noción de conjunto, donde la **función característica** es una función continua del dominio  $U$  a  $[0,1]$ .



Función característica de un conjunto clásico



Función característica de un conjunto difuso

$$\mu(u) : U \rightarrow [0, 1]$$

# Función característica

- La **función característica** ( $\pi_A$ ) indica la **posibilidad** de que un valor  $u$ ,  $u \in U$ , compatible con la variable  $X$ , sea  $A$ , sabiendo que  $[X \text{ es } A]$  corresponde al grado de pertenencia en el conjunto difuso representado por la etiqueta  $A$ .

# Posibilidad y grado de veracidad

- Cada variable tiene un dominio (U).
- Se usan etiquetas lingüísticas para representar una **distribución de posibilidad** sobre estos valores.
- Dependiendo de la distribución de posibilidad, cada valor de la variable es, respecto a la etiqueta:
  - **cierto**
  - **imposible** (falso)
  - **posible hasta cierto punto**

# Posibilidad y grado de veracidad

- Los hechos difusos se representan siguiendo el esquema:

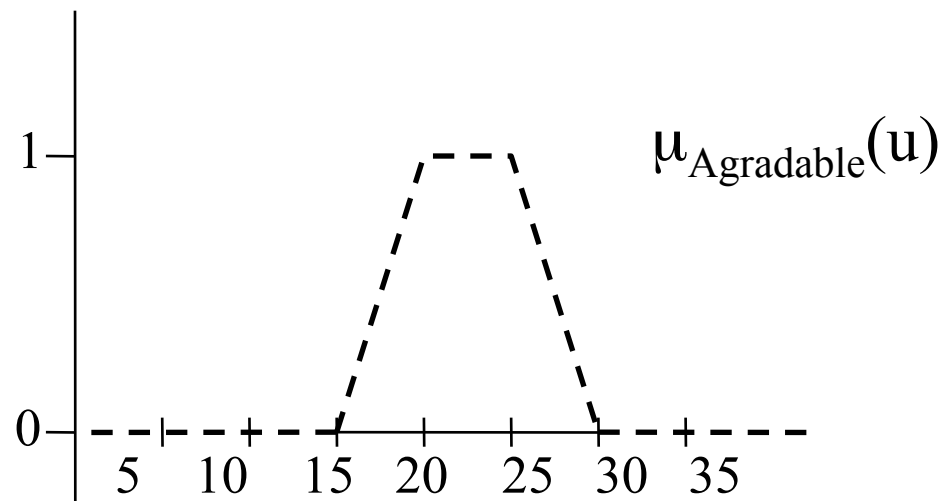
[X es A]

que define un **conjunto difuso** sobre U  
donde:

- X es una **variable** sobre el dominio U.
- A es un **término lingüístico** aplicable a X que restringe sus valores.

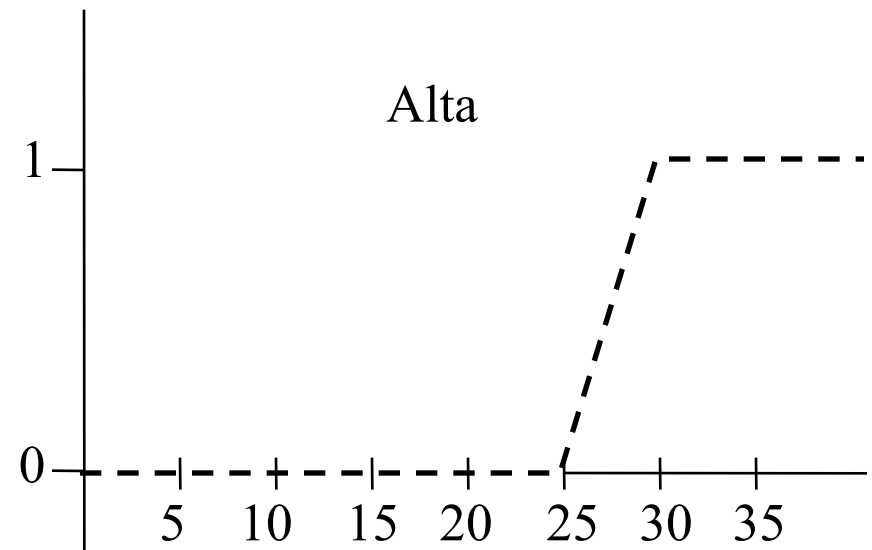
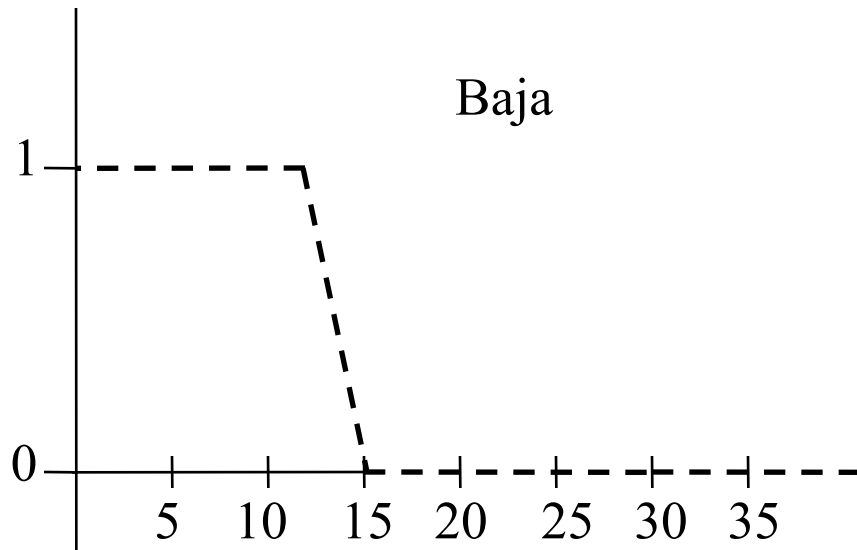
# Posibilidad y grado de veracidad

- Ejemplo:
  - La temperatura es **agradable**
    - Variable: temperatura
    - Dominio (o universo de valores): recta real
    - La etiqueta **agradable** es la distribución



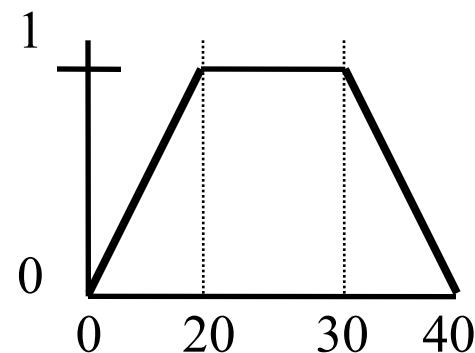
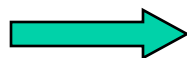
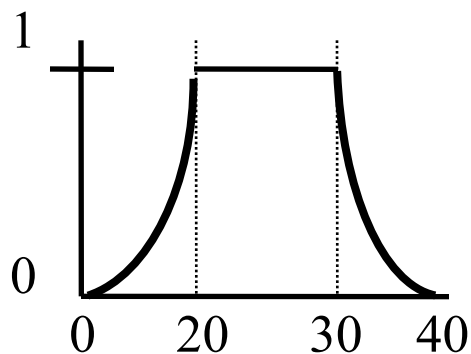
# Posibilidad y grado de veracidad

- Ejemplos:
  - La temperatura es baja
  - La temperatura es alta



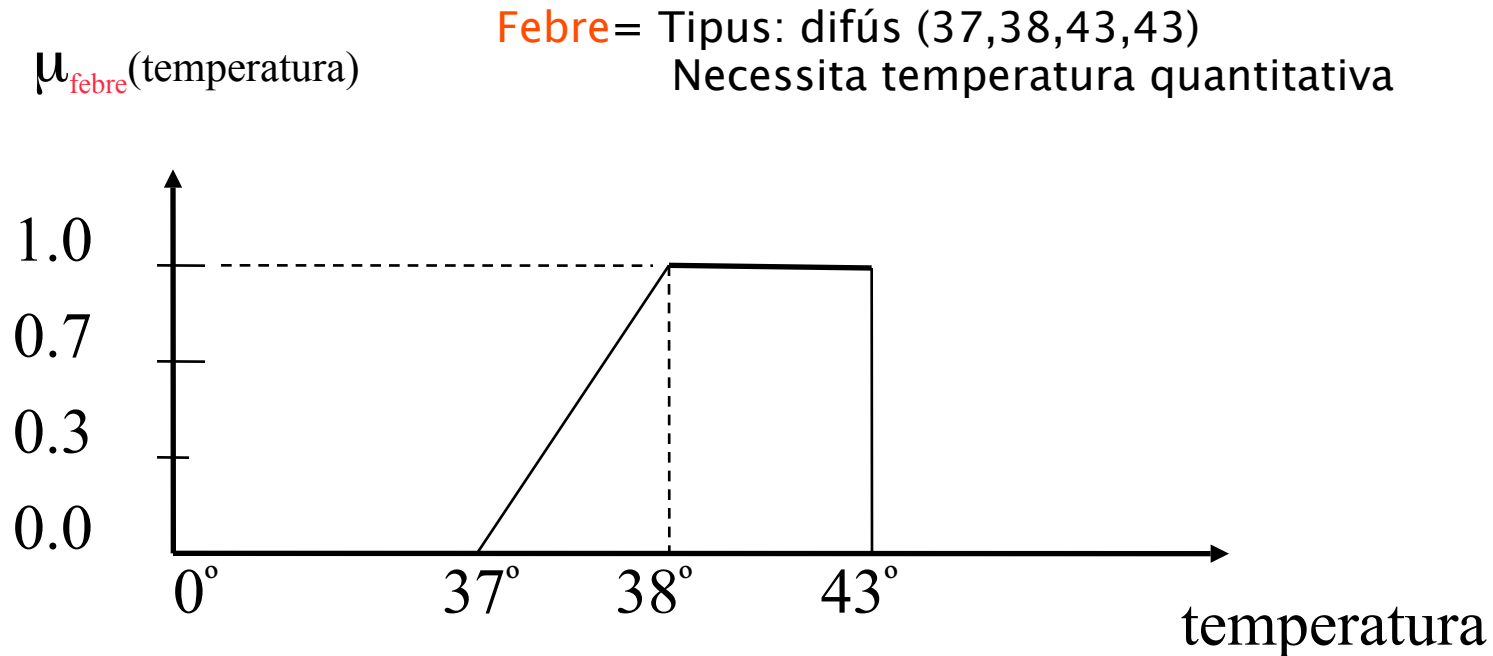
# Representació pràctica de conjunts difusos (1)

Sovint la **funció característica** s'aproxima per una funció *amb forma trapezoidal (o triangular)* que es pot caracteritzar amb les abscisses dels 4 (o 3) vèrtexs.



# Representació pràctica de conjunts difusos (2)

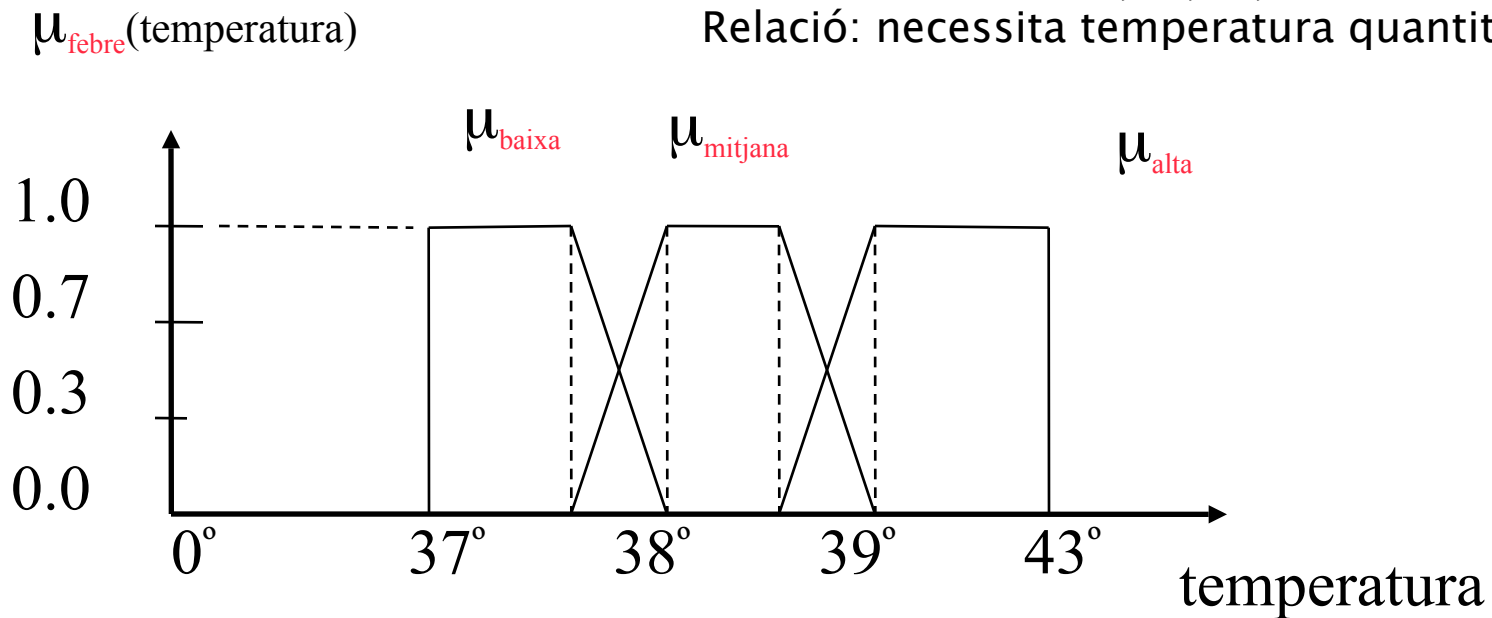
Conjunt difús que representa el concepte *febre*



# Representació pràctica de conjunts difusos (3)

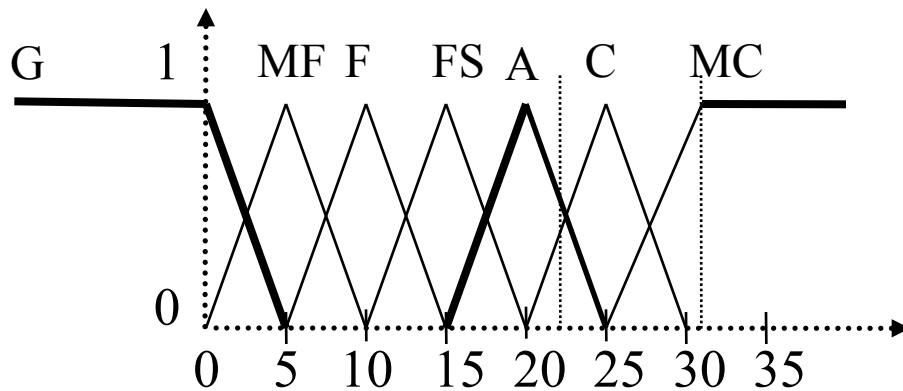
Grau de febre = Tipus: (b “baixa” (37,37,37.6,38),  
(m “mitjana” (37.6,38, 38.5,39),  
(a “alta” (38.5,39,43,43))

Relació: necessita temperatura quantitativa



Conjunts difusos que representen diferents graus del concepte *febre*

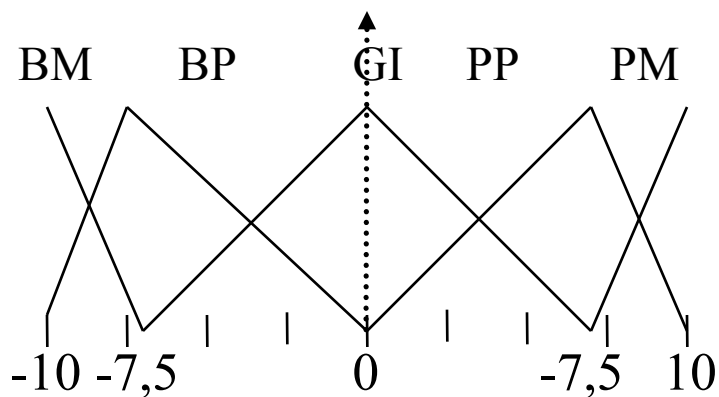
# Representació pràctica de conjunts difusos (4)



- [Temperatura és Gelada]
- [Temperatura és Molt Freda]
- [Temperatura és Freda]
- [Temperatura és Fresca]
- [Temperatura és Agradable]
- [Temperatura és Calorosa]
- [Temperatura és Molt Calorosa]

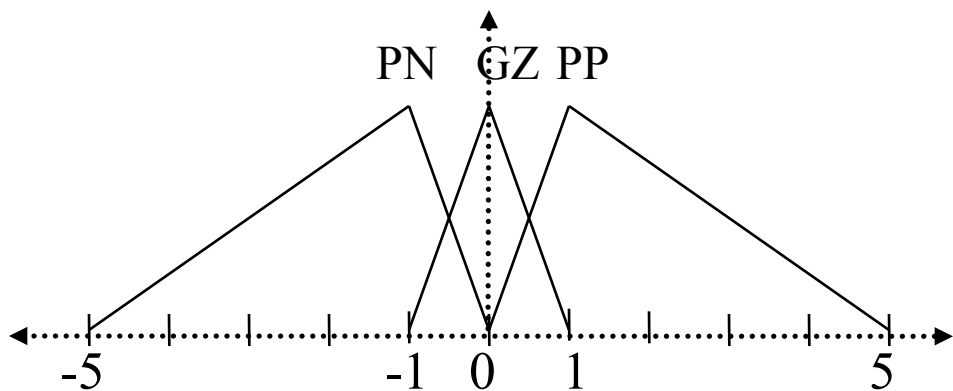
- Cada variable té un domini i un conjunt d'etiquetes.
- Cada etiqueta té una funció característica definida sobre el seu domini.

# Representació pràctica de conjunts difusos (5)



## Variació de la Temp.

- $[\Delta T = \text{Puja Molt}]$
- $[\Delta T = \text{Puja Poc}]$
- $[\Delta T = \text{Gairebé Igual}]$
- $[\Delta T = \text{Baixa Poc}]$
- $[\Delta T = \text{Baixa Molt}]$



## Variable de Control

- $[\text{VC} = \text{Poc Positiva}]$
- $[\text{VC} = \text{Gairebé Zero}]$
- $[\text{VC} = \text{Poc Negativa}]$

# Lògica difusa: connectives

**Teoria de conjunts  $\equiv$  Lògica de Predicats**

Extensió contínua



Extensió contínua per isomorfisme

**Teoria dels conjunts difusos  $\equiv$  Lògica difusa**



Graduació dels valors de veritat clàssics: fals ..... cert,  
a l'interval continu  $[0,1]$  0 ..... 1

Es defineixen les *connectives lògiques difuses* (operacions amb conjunts difusos) com a funcions contínues a l'interval  $[0,1]$ , que generalitzen les connectives clàssiques:

Intersecció de conjunts  $\equiv P \wedge Q \equiv T\text{-norma } (P,Q)$

Unió de conjunts  $\equiv P \vee Q \equiv T\text{-conorma } (P,Q)$

Complement d'un conjunt  $\equiv \neg P \equiv$  Funció de Negació (P)

Inclusió de conjunts  $\equiv P \rightarrow Q \equiv$  Funció d'Implicació (P,Q)

# Funció de Negació difusa / Complementari

“Funcions de Negació (forta)”  $N : [0,1] \rightarrow [0,1]$

- Propietats
  - $N(0) = 1$  i  $N(1) = 0$       *condicions de contorn*
  - $N(p) \geq N(q)$  si  $p \leq q$       *monotonia*
  - $N(N(p)) = p$       *involució*
- Exemples
  - $N(x) = 1-x$
  - $N_w(x) = (1-x^w)^{1/w}$        $\forall w > 0$       *Familia Yager*
  - $N_t(x) = (1-x) / (1+t*x)$        $\forall t > -1$       *Familia Sugeno*

# Conjunció difusa / Intersecció

“T-Normes”  $T : [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$

- Propietats

- $T(p,q) = T(q,p)$  *commutabilitat*
- $T(p,T(q,r)) = T(T(p,q),r)$  *associativitat*
- $T(p,q) \leq T(r,s)$  si  $p \leq r \wedge q \leq s$  *monotonia*
- $T(0,p) = T(p,0) = 0$  *element absorbent*
- $T(1,p) = T(p,1) = p$  *element neutre*

- Exemples

- $T(x,y) = \min(x,y)$  *mínim*
- $T(x,y) = x * y$  *producte algebraic*
- $T(x,y) = \max(0, x+y-1)$  *diferència fitada*
- $T(x,y) = x * y / (x+y-x * y)$

# Disjunció difusa / Unió

“T-Conormes”

$$S : [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$$

- Propietats

- $S(p,q) = S(q,p)$  *commutabilitat*
- $S(p,S(q,r)) = S(S(p,q),r)$  *associativitat*
- $S(p,q) \leq S(r,s)$  si  $p \leq r \wedge q \leq s$  *monotonia*
- $S(0,p) = S(p,0) = p$  *element neutre*
- $S(1,p) = S(p,1) = 1$  *element absorbent*

- Exemples

- $S(x,y) = \max(x,y)$  *màxim*
- $S(x,y) = x+y-x*y$  *suma algebraica*
- $S(x,y) = \min(x+y,1)$  *suma fitada*
- $S(x,y) = (x+y - 2x*y) / (1-x*y)$

# Dualitat entre T-normes i T-conormes / Unió i intersecció

Les T-normes i T-conormes següents són duals segons les lleis de De Morgan:

$$N(T(x,y)) = S(N(x),N(y))$$

$$N(S(x,y)) = T(N(x),N(y))$$

- |                              |                                   |
|------------------------------|-----------------------------------|
| • $T(x,y) = \min(x,y)$       | $S(x,y) = \max(x,y)$              |
| • $T(x,y) = x*y$             | $S(x,y) = x+y - x*y$              |
| • $T(x,y) = \max(0, x+y-1)$  | $S(x,y) = \min(x+y, 1)$           |
| • $T(x,y) = x*y / (x+y-x*y)$ | $S(x,y) = (x+y - 2x*y) / (1-x*y)$ |

# Connectives difuses sobre el mateix univers (1)

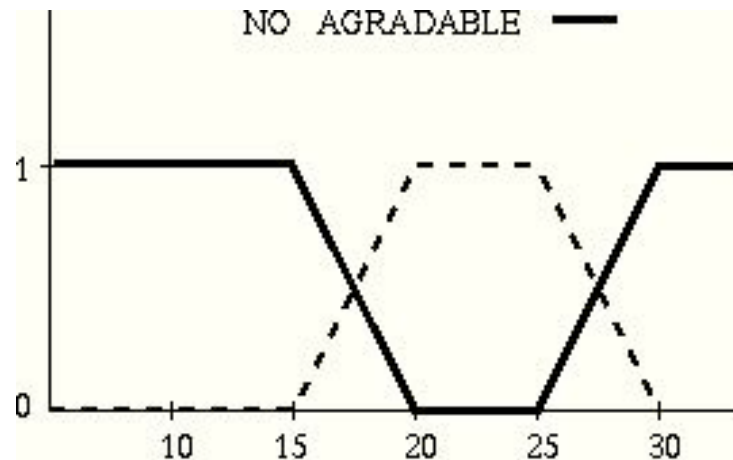
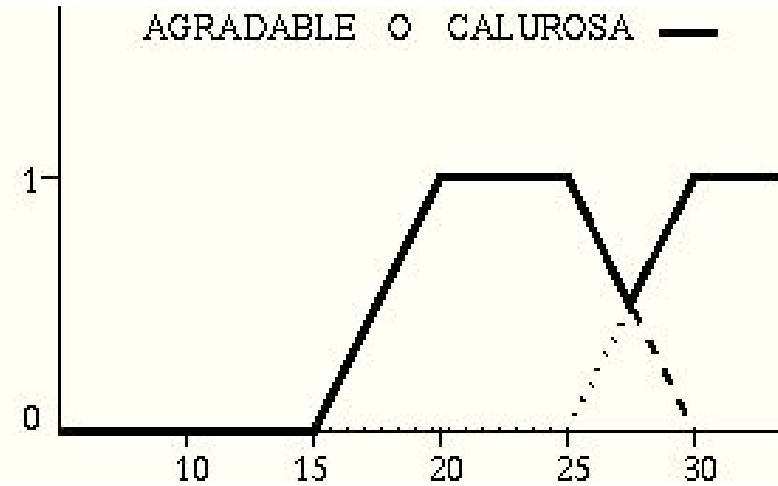
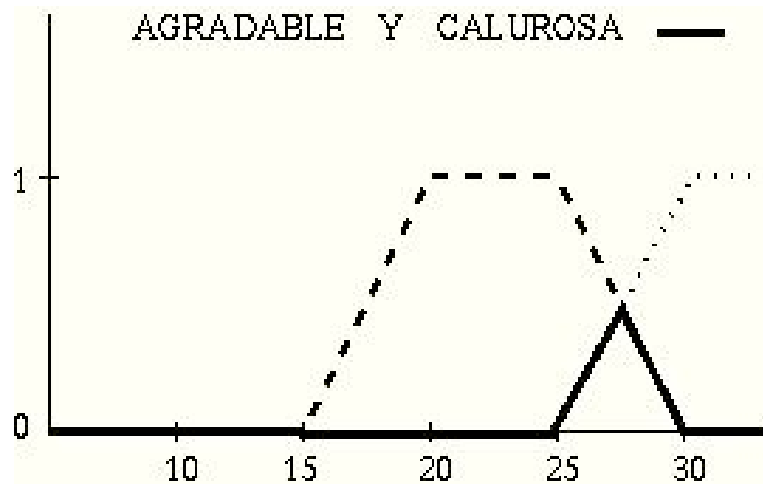
Si  $F \equiv [X \text{ és } A]$  i  $G \equiv [X \text{ és } B]$  amb distribucions de possibilitat  $\Pi_A$  i  $\Pi_B$  definides sobre el mateix univers  $U$



$F \wedge G \equiv [X \text{ és } A \wedge B]$  amb  $\Pi_{A \wedge B}(u) = T(\Pi_A(u), \Pi_B(u))$  T-norma  
 $F \vee G \equiv [X \text{ és } A \vee B]$  amb  $\Pi_{A \vee B}(u) = S(\Pi_A(u), \Pi_B(u))$  T-conorma  
 $\neg F \equiv [X \text{ és } \neg A]$  amb  $\Pi_{\neg A}(u) = N(\Pi_A(u))$  Funció de Negació

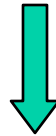
(Funcions d'una mateixa dimensió)

# Connectives difuses sobre el mateix univers (2)



# Connectives difuses sobre diferents universos (1)

Si  $F \equiv [X \text{ és } A]$  i  $G \equiv [Y \text{ és } B]$  amb distribucions de possibilitat  $\Pi_A$  definida sobre  $U$  i  $\Pi_B$  definida sobre  $V$ ,  $U \neq V$

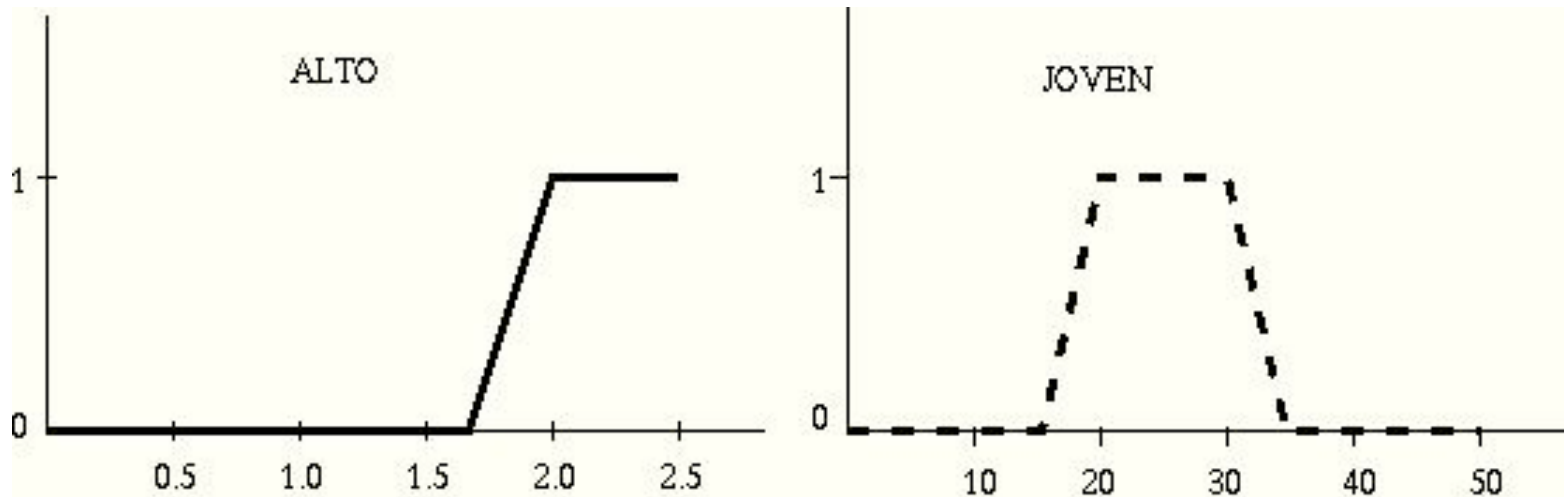


$F \wedge G \equiv [X \text{ és } A] \wedge [Y \text{ és } B]$  amb  $\Pi_{A \wedge B}(u, v) = T(\Pi_A(u), \Pi_B(v))$  T-nor.

$F \vee G \equiv [X \text{ és } A] \vee [Y \text{ és } B]$  amb  $\Pi_{A \vee B}(u, v) = S(\Pi_A(u), \Pi_B(v))$  T-con.

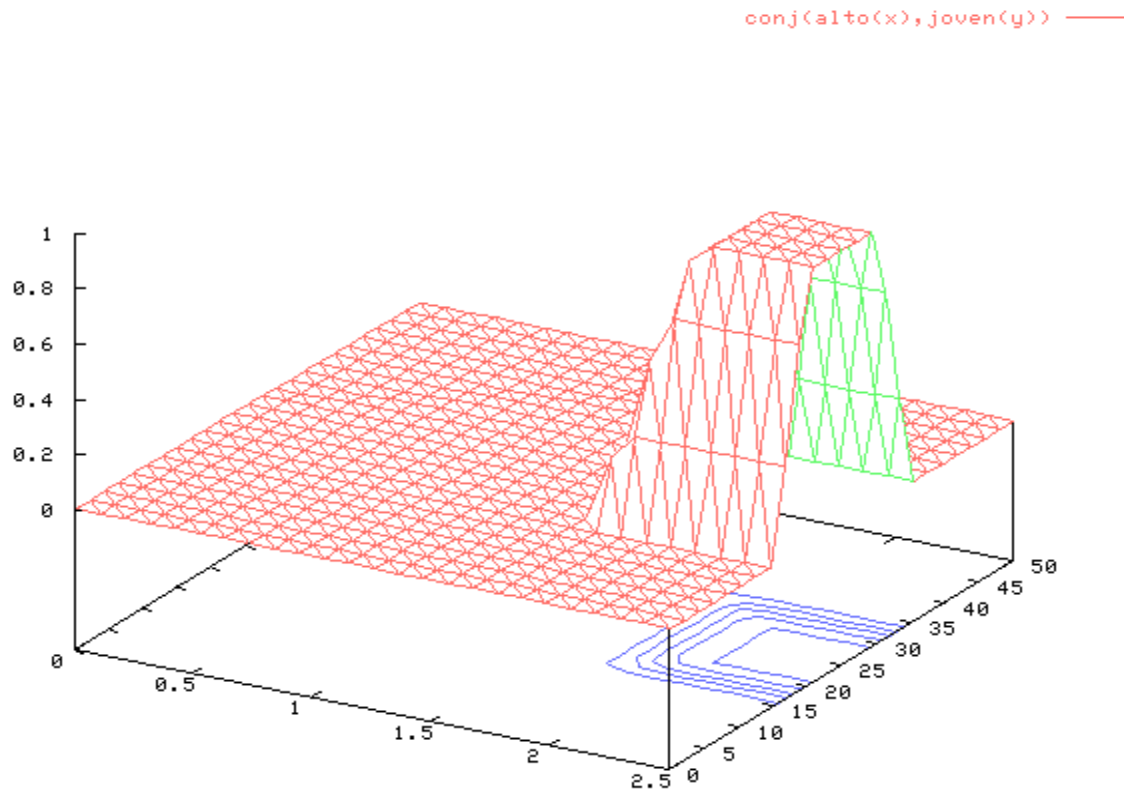
(Funcions de dues dimensions diferents)

# Connectives difuses sobre diferents universos (2)



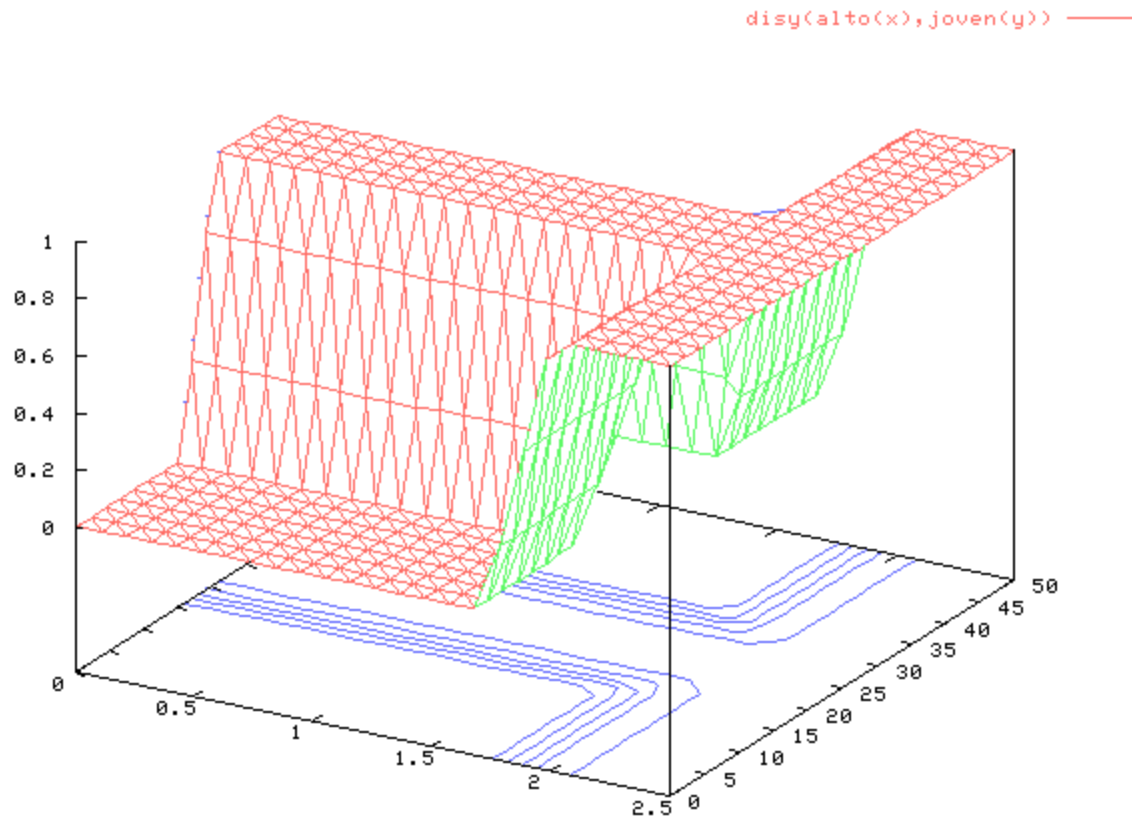


# Connectives difuses sobre diferents universos: conjunció (2)





# Connectives difuses sobre diferents universos: disjunció (2)



# Inferència difusa amb dades precises

- Tenim una base de regles on els àtoms son etiquetes difuses [ $X = A$ ]
  - R1:** Si  $T = MC$  i  $\Delta T = PM$  llavors  $VC = PN$
  - R2:** Si  $T = C$  i  $\Delta T = PM$  llavors  $VC = PN$
  - R3:** Si  $T = MC$  i  $\Delta T = PP$  llavors  $VC = PN$
  - R4:** Si  $T = A$  i  $\Delta T = PP$  llavors  $VC = GZ$
- Volem fer inferència amb una **combinació de vàries regles:**
  - a partir de valors concrets del domini per algunes variables (les d'alguns antecedents);
  - combinant la vaguetat/imprecisió d'acord amb les regles i la interpretació de les connectives.

## temperatura

- [Gelada]
- [Molt Freda]
- [Freda]
- [Fresca]
- [Agradable]
- [Calenta]
- [Molt Calenta]

# Inferència difusa amb dades precises

## Connectives

- Interpretació de connectives:
  - Negació = Complementari (N)
  - Conjunció = Intersecció difusa = T-normes (T)
  - Disjunció = Unió difusa = T-conormes (S)

# Inferència difusa amb dades precises

## Fases

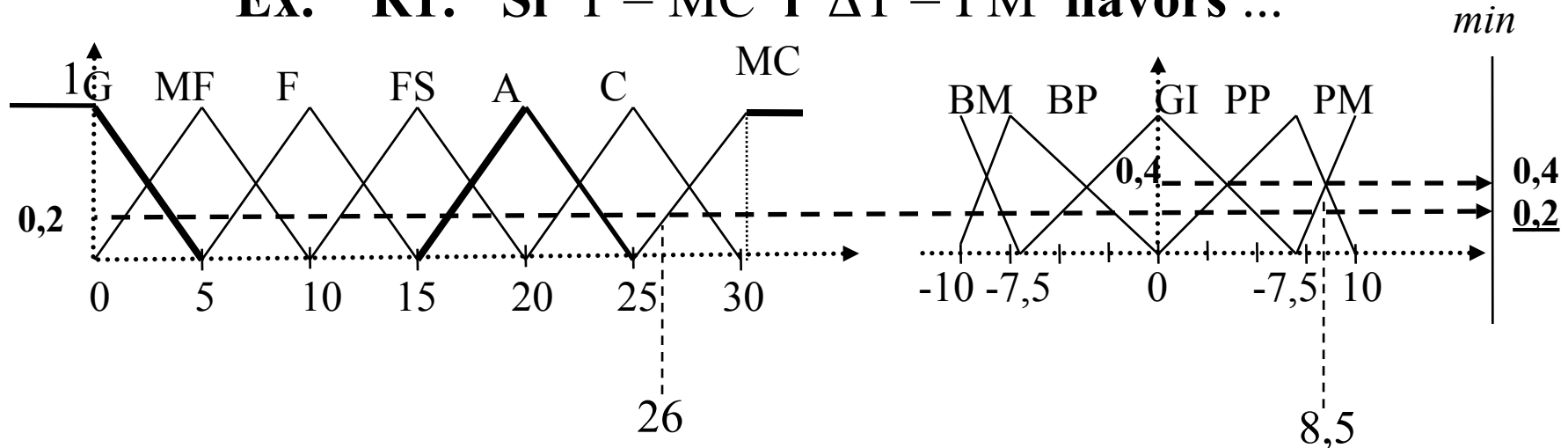
1. Avaluació de l'antecedent de les regles
2. Avaluació de les conclusions de les regles
3. Combinació de les conclusions de les regles
4. Nitidificació (pas de conjunt difús a valor precís)

# Inferència difusa amb dades precises

## Fase 1: Avaluació de l'antecedent de les regles

Es calcula el grau de pertinença per cada parell variable-etiqueta de l'antecedent i la combinació segons la interpretació de les connectives.

**Ex. R1: Si  $T = MC$  i  $\Delta T = PM$  llavors ...**



# Inferència difusa amb dades precises

## Fase 2: Avaluació de les conclusions de les regles

- Trunquem el conjunt difús de la conclusió amb el valor provinent de calcular l'antecedent.

**R1. Si ... llavors VC = PN**

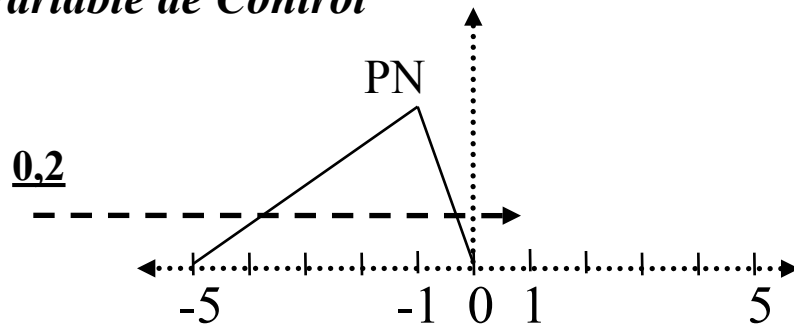
**variable de control**

■ [Poc Positiva]

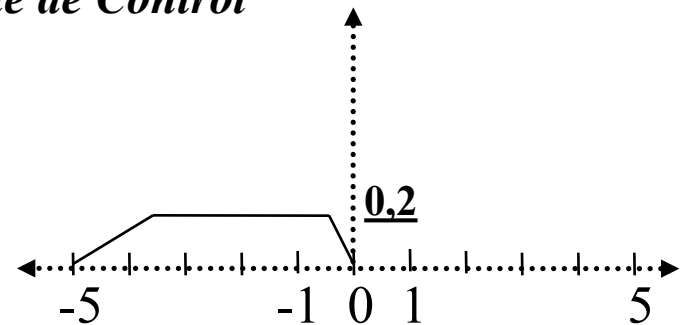
■ [Gairebé Zero]

■ [Poc Negativa]

*Variable de Control*



*Variable de Control*

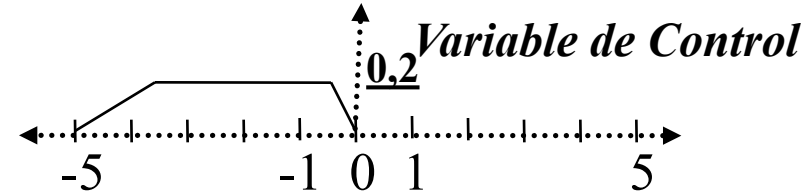


# Inferència difusa amb dades precises

## Fase 3: Combinació de les conclusions de les regles

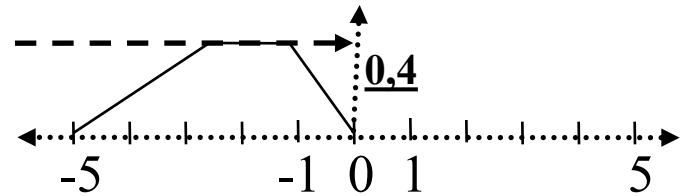
Es combinen  
disjuntivament.

R1



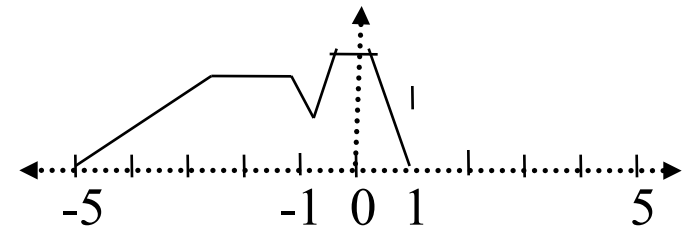
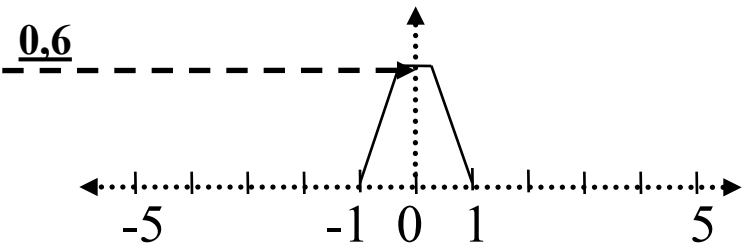
0,8  
0,4  
min

R2



R3...

R4

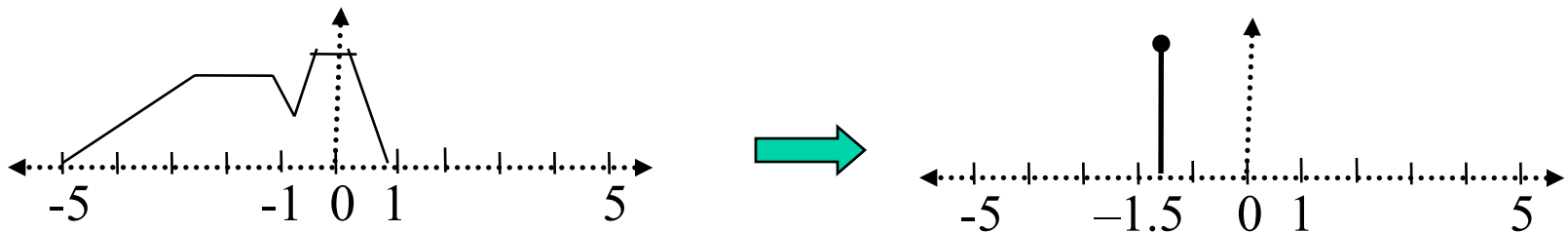


# Inferència difusa amb dades precises

## Fase 4: Nitidificació (defuzzification)

- Nitidificació (pas de conjunt difús a valor precís)

$$\frac{\sum_{x \in D} \mu(x) \cdot x}{\sum_{x \in D} \mu(x)}$$



# Inferència difusa amb dades difuses

Tenim una base de regles on els àtoms son etiquetes difuses  $[X = A]$

**Si** Temperatura = Agradable ... **llavors** Gir = Una mica a la dreta

- Volem fer inferència:
  - amb encadenament cap endavant;
  - a partir d'etiquetes difuses per les variables.

# Inferència difusa amb dades difuses

## Fases

1. Avaluació de la relació expressada en cada regla (*grau o funció d'implicació*)

$$\mu_I(\mathbf{x}, \mathbf{y})$$

2. Avaluació de la funció de pertinença de l'antecedent

$$\mu_A(\mathbf{x})$$

3. Composició inferencial (*Modus ponens*) de la implicació i l'antecedent

$$\mu_{CI}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = f(\mu_I(\mathbf{x}, \mathbf{y}), \mu_A(\mathbf{x}))$$

# Inferència difusa amb dades difuses

## Funcions d'implicació,

$$I : [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$$

- Propietats
  - $I(p,q)$  és creixent respecte a la primera variable i decreixent respecte a la segona variable
  - $I(0,p) = 1$
  - $I(1,p) = p$
  - $I(p,I(q,r)) = I(q,I(p,r))$  (intercanvi d'antecedents)
- R-implicacions / S-implicacions
- S-implicacions
  - $a \rightarrow b = \neg a \vee b$
  - $I(x,y) = S(N(x),y)$
- Exemples de S-implicacions
  - $I(x,y) = \max(1-x,y)$
  - $I(x,y) = 1-x+x*y$
  - $I(x,y) = \min(1-x+y,1)$

# Inferència difusa amb dades difuses

## Modus ponens

Les inferències en lògica difusa utilitzen el modus ponens com a regla bàsica:

$$\begin{array}{l} \mathbf{Si [X és A] llavors [Y és B ]} \\ [X és A] \\ \hline [Y és B ] \end{array}$$

La combinació de funcions de possibilitat es realitza mitjançant la funció generadora de modus ponens.

# Modus ponens

Emprant algunes de les definicions anteriors d'implicació i el modus ponens, és possible definir el procés d'inferència difusa:

$$p \wedge (p \rightarrow q) \rightarrow q$$

Donades les certes d'un antecedent i de la implicació, la determinació de la certa del conseqüent es realitza en base a una funció generadora del modus ponens que denominem `mod()`.

# Modus ponens

Emprant algunes de les definicions anteriors d'implicació i el modus ponens, és possible definir el procés d'inferència difusa:

$$p \wedge (p \rightarrow q) \rightarrow q$$

Donades les certes d'un antecedent i de la implicació, la determinació de la certa del conseqüent es realitza en base a una funció generadora del modus ponens que denominem  $\text{mod}()$ .

La funció  $\text{mod}()$  té una sèrie de propietats, algunes de les quals són les següents:

# Modus ponens

Emprant algunes de les definicions anteriors d'implicació i el modus ponens, és possible definir el procés d'inferència difusa:

$$p \wedge (p \rightarrow q) \rightarrow q$$

Donades les certes d'un antecedent i de la implicació, la determinació de la certa del conseqüent es realitza en base a una funció generadora del modus ponens que denominem  $\text{mod}()$ .

La funció  $\text{mod}()$  té una sèrie de propietats, algunes de les quals són les següents:

a)  $\text{mod}(u, \text{imp}(u, v)) \leq v$

# Modus ponens

Emprant algunes de les definicions anteriors d'implicació i el modus ponens, és possible definir el procés d'inferència difusa:

$$p \wedge (p \rightarrow q) \rightarrow q$$

Donades les certes d'un antecedent i de la implicació, la determinació de la certa del conseqüent es realitza en base a una funció generadora del modus ponens que denominem  $\text{mod}()$ .

La funció  $\text{mod}()$  té una sèrie de propietats, algunes de les quals són les següents:

a)  $\text{mod}(u, \text{imp}(u, v)) \leq v$

b)  $\text{mod}(1, 1) = 1$

# Modus ponens

Emprant algunes de les definicions anteriors d'implicació i el modus ponens, és possible definir el procés d'inferència difusa:

$$p \wedge (p \rightarrow q) \rightarrow q$$

Donades les certes d'un antecedent i de la implicació, la determinació de la certa del conseqüent es realitza en base a una funció generadora del modus ponens que denominem  $\text{mod}()$ .

La funció  $\text{mod}()$  té una sèrie de propietats, algunes de les quals són les següents:

a)  $\text{mod}(u, \text{imp}(u, v)) \leq v$

b)  $\text{mod}(1, 1) = 1$

c)  $\text{mod}(0, u) = v$

# Modus ponens

Emprant algunes de les definicions anteriors d'implicació i el modus ponens, és possible definir el procés d'inferència difusa:

$$p \wedge (p \rightarrow q) \rightarrow q$$

Donades les certes d'un antecedent i de la implicació, la determinació de la certa del conseqüent es realitza en base a una funció generadora del modus ponens que denominem  $\text{mod}()$ .

La funció  $\text{mod}()$  té una sèrie de propietats, algunes de les quals són les següents:

a)  $\text{mod}(u, \text{imp}(u, v)) \leq v$

b)  $\text{mod}(1, 1) = 1$

c)  $\text{mod}(0, u) = v$

d)  $u \leq v \Rightarrow \text{mod}(u, w) \leq \text{mod}(v, w)$


# Modus ponens

Emprant algunes de les definicions anteriors d'implicació i el modus ponens, és possible definir el procés d'inferència difusa:

$$p \wedge (p \rightarrow q) \rightarrow q$$

Donades les certes d'un antecedent i de la implicació, la determinació de la certa del conseqüent es realitza en base a una funció generadora del modus ponens que denominem  $\text{mod}()$ .

La funció  $\text{mod}()$  té una sèrie de propietats, algunes de les quals són les següents:

a)  $\text{mod}(u, \text{imp}(u, v)) \leq v$  

b)  $\text{mod}(1, 1) = 1$

c)  $\text{mod}(0, u) = v$

d)  $u \leq v \Rightarrow \text{mod}(u, w) \leq \text{mod}(v, w)$

# Modus ponens

Emprant algunes de les definicions anteriors d'implicació i el modus ponens, és possible definir el procés d'inferència difusa:

$$p \wedge (p \rightarrow q) \rightarrow q$$

Donades les certes d'un antecedent i de la implicació, la determinació de la certa del conseqüent es realitza en base a una funció generadora del modus ponens que denominem  $\text{mod}()$ .

La funció  $\text{mod}()$  té una sèrie de propietats, algunes de les quals són les següents:

a)  $\text{mod}(u, \text{imp}(u, v)) \leq v$

b)  $\text{mod}(1, 1) = 1$

c)  $\text{mod}(0, u) = 0$

d)  $u \leq v \Rightarrow \text{mod}(u, w) \leq \text{mod}(v, w)$

a) La funció  $\text{mod}()$  té com a cota superior la certa del conseqüent.

# Modus ponens

Emprant algunes de les definicions anteriors d'implicació i el modus ponens, és possible definir el procés d'inferència difusa:

$$p \wedge (p \rightarrow q) \rightarrow q$$

Donades les certeses d'un antecedent i de la implicació, la determinació de la certesa del conseqüent es realitza en base a una funció generadora del modus ponens que denominem  $\text{mod}()$ .

La funció  $\text{mod}()$  té una sèrie de propietats, algunes de les quals són les següents:

a)  $\text{mod}(u, \text{imp}(u, v)) \leq v$

b)  $\text{mod}(1, 1) = 1$

c)  $\text{mod}(0, u) = 0$

d)  $u \leq v \Rightarrow \text{mod}(u, w) \leq \text{mod}(v, w)$

a) La funció  $\text{mod}()$  té com a cota superior la certesa del conseqüent.

# Modus ponens

Emprant algunes de les definicions anteriors d'implicació i el modus ponens, és possible definir el procés d'inferència difusa:

$$p \wedge (p \rightarrow q) \rightarrow q$$

Donades les certeses d'un antecedent i de la implicació, la determinació de la certesa del conseqüent es realitza en base a una funció generadora del modus ponens que denominem  $\text{mod}()$ .

La funció  $\text{mod}()$  té una sèrie de propietats, algunes de les quals són les següents:

a)  $\text{mod}(u, \text{imp}(u, v)) \leq v$

b)  $\text{mod}(1, 1) = 1$

c)  $\text{mod}(0, u) = v$

d)  $u \leq v \Rightarrow \text{mod}(u, w) \leq \text{mod}(v, w)$

b) Aquest és el límit booleà del modus ponens conseqüent.

# Modus ponens

Emprant algunes de les definicions anteriors d'implicació i el modus ponens, és possible definir el procés d'inferència difusa:

$$p \wedge (p \rightarrow q) \rightarrow q$$

Donades les certeses d'un antecedent i de la implicació, la determinació de la certesa del conseqüent es realitza en base a una funció generadora del modus ponens que denominem  $\text{mod}()$ .

La funció  $\text{mod}()$  té una sèrie de propietats, algunes de les quals són les següents:

a)  $\text{mod}(u, \text{imp}(u, v)) \leq v$

b)  $\text{mod}(1, 1) = 1$

c)  $\text{mod}(0, u) = v$

d)  $u \leq v \Rightarrow \text{mod}(u, w) \leq \text{mod}(v, w)$

b) Aquest és el límit booleà del modus ponens conseqüent.

# Modus ponens

Emprant algunes de les definicions anteriors d'implicació i el modus ponens, és possible definir el procés d'inferència difusa:

$$p \wedge (p \rightarrow q) \rightarrow q$$

Donades les certes d'un antecedent i de la implicació, la determinació de la certa del conseqüent es realitza en base a una funció generadora del modus ponens que denominem  $\text{mod}()$ .

La funció  $\text{mod}()$  té una sèrie de propietats, algunes de les quals són les següents:

a)  $\text{mod}(u, \text{imp}(u, v)) \leq v$

b)  $\text{mod}(1, 1) = 1$

c)  $\text{mod}(0, u) = v$

d)  $u \leq v \Rightarrow \text{mod}(u, w) \leq \text{mod}(v, w)$

c) D'un antecedent completament fals es pot concloure qualsevol cosa.

# Modus ponens

Emprant algunes de les definicions anteriors d'implicació i el modus ponens, és possible definir el procés d'inferència difusa:

$$p \wedge (p \rightarrow q) \rightarrow q$$

Donades les certes d'un antecedent i de la implicació, la determinació de la certa del conseqüent es realitza en base a una funció generadora del modus ponens que denominem  $\text{mod}()$ .

La funció  $\text{mod}()$  té una sèrie de propietats, algunes de les quals són les següents:

a)  $\text{mod}(u, \text{imp}(u, v)) \leq v$

b)  $\text{mod}(1, 1) = 1$

c)  $\text{mod}(0, u) = v$

d)  $u \leq v \Rightarrow \text{mod}(u, w) \leq \text{mod}(v, w)$

c) D'un antecedent completament fals es pot concloure qualsevol cosa.

# Modus ponens

Emprant algunes de les definicions anteriors d'implicació i el modus ponens, és possible definir el procés d'inferència difusa:

$$p \wedge (p \rightarrow q) \rightarrow q$$

Donades les certes d'un antecedent i de la implicació, la determinació de la certa del conseqüent es realitza en base a una funció generadora del modus ponens que denominem  $\text{mod}()$ .

La funció  $\text{mod}()$  té una sèrie de propietats, algunes de les quals són les següents:

a)  $\text{mod}(u, \text{imp}(u, v)) \leq v$

b)  $\text{mod}(1, 1) = 1$

c)  $\text{mod}(0, u) = v$

d)  $u \leq v \Rightarrow \text{mod}(u, w) \leq \text{mod}(v, w)$

d) La funció  $\text{mod}()$  ha de ser monòtona creixent amb la certa de l'antecedent.

Funciones generadoras del modus ponens que resultan de las definiciones de la función implicación presentadas anteriormente:

Funciones generadoras del modus ponens que resultan de las definiciones de la función implicación presentadas anteriormente:

$$\mathit{impl}(u,v) = \max(1-u,v) \Rightarrow \mathit{mod1}(u,v) = \begin{cases} 0 & v \leq 1-u \\ v & v > 1-u \end{cases}$$

Funciones generadoras del modus ponens que resultan de las definiciones de la función implicación presentadas anteriormente:

$$\text{imp1}(u,v) = \max(1-u,v) \Rightarrow \text{mod1}(u,v) = \begin{cases} 0 & v \leq 1-u \\ v & v > 1-u \end{cases}$$

$$\text{imp2}(u,v) = 1-u+u*v \Rightarrow \text{mod2}(u,v) = \begin{cases} 0 & u=0 \\ \max(u+v-1,0) & u>0 \end{cases}$$

Funciones generadoras del modus ponens que resultan de las definiciones de la función implicación presentadas anteriormente:

$$\text{imp1}(u,v) = \max(1-u,v) \Rightarrow \text{mod1}(u,v) = \begin{cases} 0 & v \leq 1-u \\ v & v > 1-u \end{cases}$$

$$\text{imp2}(u,v) = 1-u+u*v \Rightarrow \text{mod2}(u,v) = \begin{cases} 0 & u=0 \\ \max(u+v-1,0) & u>0 \end{cases}$$

$$\text{imp3}(u,v) = \begin{cases} 1 & u \leq v \\ v & u > v \end{cases} \Rightarrow \text{mod3}(u,v) = \min(u,v)$$

Funciones generadoras del modus ponens que resultan de las definiciones de la función implicación presentadas anteriormente:

$$\text{imp1}(u,v) = \max(1-u,v) \Rightarrow \text{mod1}(u,v) = \begin{cases} 0 & v \leq 1-u \\ v & v > 1-u \end{cases}$$

$$\text{imp2}(u,v) = 1-u+u*v \Rightarrow \text{mod2}(u,v) = \begin{cases} 0 & u=0 \\ \max(u+v-1,0) & u>0 \end{cases}$$

$$\text{imp3}(u,v) = \begin{cases} 1 & u \leq v \\ v & u > v \end{cases} \Rightarrow \text{mod3}(u,v) = \min(u,v)$$

$$\text{imp4}(u,v) = \begin{cases} 1 & u \leq v \\ \frac{v}{u} & u > v \end{cases} \Rightarrow \text{mod4}(u,v) = u*v$$

Funciones generadoras del modus ponens que resultan de las definiciones de la función implicación presentadas anteriormente:

$$\text{imp1}(u,v) = \max(1-u,v) \Rightarrow \text{mod1}(u,v) = \begin{cases} 0 & v \leq 1-u \\ v & v > 1-u \end{cases}$$

$$\text{imp2}(u,v) = 1-u+u*v \Rightarrow \text{mod2}(u,v) = \begin{cases} 0 & u=0 \\ \max(u+v-1,0) & u>0 \end{cases}$$

$$\text{imp3}(u,v) = \begin{cases} 1 & u \leq v \\ v & u > v \end{cases} \Rightarrow \text{mod3}(u,v) = \min(u,v)$$

$$\text{imp4}(u,v) = \begin{cases} 1 & u \leq v \\ \frac{v}{u} & u > v \end{cases} \Rightarrow \text{mod4}(u,v) = u*v$$

$$\text{imp5}(u,v) = \min(1-u+v,1) \Rightarrow \text{mod5}(u,v) = \max(u+v-1,0)$$

# Inferència difusa amb dades difuses

## Generalització del modus ponens

La lògica difusa gaudeix de l'avantatge de poder fer inferències sense tenir exactament l'antecedent d'una regla:

$$\begin{array}{l} \text{Si } [X \text{ és } A] \text{ llavors } [Y \text{ és } B] \\ [X \text{ és } A'] \\ \hline [Y \text{ és } B'] \end{array}$$

S'ha de calcular com es modifica la conclusió, ja que no tenim el mateix antecedent de la regla. Això es fa mitjançant la transformació de la funció de possibilitat de  $A'$  en la de  $A$

Todas estas expresiones son válidas para la realización de inferencia en casos análogos al siguiente:

regla:            si (x es A) entonces (y es B)  
premisa:        (x es A)

---

(y es B)

Todas estas expresiones son válidas para la realización de inferencia en casos análogos al siguiente:

regla: si (x es A) entonces (y es B)  
premisa: (x es A)

$$\mu_{p \circledR q}(x, y)$$

---

(y es B)

Todas estas expresiones son válidas para la realización de inferencia en casos análogos al siguiente:

regla: si (x es A) entonces (y es B)  
premisa: (x es A)

$$\mu_{p \circledR q}(x, y)$$
$$\mu_p(x)$$

---

(y es B)

Todas estas expresiones son válidas para la realización de inferencia en casos análogos al siguiente:

regla: si (x es A) entonces (y es B)

premisa: (x es A)

$$\mu_{p \circledR q}(x, y)$$
$$\mu_p(x)$$

---

(y es B)

$$\mu_q(y)$$

Todas estas expresiones son válidas para la realización de inferencia en casos análogos al siguiente:

regla: si (x es A) entonces (y es B)  
premisa: (x es A)

$$\mu_{p \circledR q}(x, y)$$
$$\mu_p(x)$$

---

(y es B)

$$\mu_q(y)$$

Y también en casos como el siguiente, donde A y A' poseen la misma base de parámetros:

regla: si (x es A) entonces (y es B)  
premisa: (x es A')

---

(y es B')

Todas estas expresiones son válidas para la realización de inferencia en casos análogos al siguiente:

regla: si (x es A) entonces (y es B)  
premisa: (x es A)

$$\mu_{p \circledR q}(x, y)$$
$$\mu_p(x)$$

---

(y es B)

$$\mu_q(y)$$

Y también en casos como el siguiente, donde A y A' poseen la misma base de parámetros:

regla: si (x es A) entonces (y es B)  
premisa: (x es A')

$$\mu_{p \circledR q}(x, y)$$

---

(y es B')

Todas estas expresiones son válidas para la realización de inferencia en casos análogos al siguiente:

regla: si (x es A) entonces (y es B)  $\mu_{p \circledR q}(x,y)$   
premisas: (x es A)  $\mu_p(x)$

---

(y es B)  $\mu_q(y)$

Y también en casos como el siguiente, donde A y A' poseen la misma base de parámetros:

regla: si (x es A) entonces (y es B)  $\mu_{p \circledR q}(x,y)$   
premisas: (x es A')  $\mu_{p'}(x)$

---

(y es B')

Todas estas expresiones son válidas para la realización de inferencia en casos análogos al siguiente:

regla:	si (x es A) entonces (y es B)	$\mu_{p \otimes q}(x,y)$
premisa:	(x es A)	$\mu_p(x)$
	(y es B)	$\mu_q(y)$

---

Y también en casos como el siguiente, donde A y A' poseen la misma base de parámetros:

regla:	si (x es A) entonces (y es B)	$\mu_{p \otimes q}(x,y)$
premisa:	(x es A')	$\mu_{p'}(x)$
	(y es B')	$\mu_{q'}(y)$

---

Todas estas expresiones son válidas para la realización de inferencia en casos análogos al siguiente:

regla:	si (x es A) entonces (y es B)	$\mu_{p \circledR q}(x, y)$
premisa:	(x es A)	$\mu_p(x)$
	(y es B)	$\mu_q(y)$

Y también en casos como el siguiente, donde A y A' poseen la misma base de parámetros:

regla:	si (x es A) entonces (y es B)	$\mu_{p \circledR q}(x, y)$
premisa:	(x es A')	$\mu_{p'}(x)$
	(y es B')	$\mu_{q'}(y)$

$$\mu_{q'}(y) = \sup_x \left\{ \text{mod} \left( \mu_{p'}(x), \mu_{p \circledR q}(x, y) \right) \right\}$$

regla: si (el coche es viejo) entonces (el coche es ruidoso)  
 premisa: (el coche es **bastante** viejo)

---

(el coche es **poco** ruidoso)

(y es B)

$$\mu_q(y)$$

Y también en casos como el siguiente, donde A y A' poseen la misma base de parámetros:

regla: si (x es A) entonces (y es B)  
 premisa: (x es A')

$$\mu_{p \circledast q}(x, y)$$

$$\mu_{p'}(x)$$

(y es B')

$$\mu_{q'}(y)$$

$$\mu_{q'}(y) = \sup_x \left\{ \text{mod} \left( \mu_{p'}(x), \mu_{p \circledast q}(x, y) \right) \right\}$$