

Resolución de Problemas

- La resolución de problemas es una capacidad que consideramos inteligente
- Somos capaces de resolver problemas muy diferentes
 - Encontrar el camino en un laberinto
 - Resolver un crucigrama
 - Jugar a un juego
 - Diagnosticar una enfermedad
 - Decidir si invertir en bolsa
 - ...
- El objetivo es que un programa también sea capaz de resolverlos

Resolución de Problemas

- Deseamos definir cualquier tipo de problema de manera que se pueda resolver automáticamente
- Necesitamos:
 - Una representación común para todos los problemas
 - Algoritmos que usen alguna estrategia para resolver problemas definidos en esa representación común

Definición de un Problema

- Si abstraemos los elementos de un problema podemos identificar:
 - Un punto de partida
 - Un objetivo a alcanzar
 - Acciones a nuestra disposición para resolver el problema
 - Restricciones sobre el objetivo
 - Elementos que son relevantes en el problema definidos por el tipo de dominio

Representación de problemas

- Existen diferentes formas de representar problemas para resolverlos de manera automática
- Representaciones generales
 - **Espacio de estados:** un problema se divide en un conjunto de pasos de resolución desde el inicio hasta el objetivo
 - **Reducción a subproblemas:** un problema se puede descomponer en una jerarquía de subproblemas
- Representaciones para problemas específicos
 - **Resolución de juegos**
 - **Satisfacción de restricciones**

Representación de problemas: Estados

- Podemos definir un problema por los elementos que intervienen y sus relaciones
- En cada instante de la resolución de un problema esos elementos tendrán unas características y relaciones específicas
- Denominaremos **Estado** a la representación de los elementos que describen el problema en un momento
- Distinguiremos dos estado especiales el **Estado Inicial** (punto de partida) y el **Estado Final** (objetivo del problema)
- ¿Que incluir en el estado?

Modificación del estado: operadores

- Para poder movernos entre los diferentes estados necesitamos operadores de transformación
- **Operador:** Función de transformación sobre la representación de un estado que lo convierte en otro estado
- Los operadores definen una relación de accesibilidad entre estados
- Representación de un operador:
 - Condiciones de aplicabilidad
 - Función de transformación
- ¿Que operadores? ¿Cuantos? ¿Que granularidad?

Espacio de estados

- Los estados y su relación de accesibilidad conforman lo que se denomina **espacio de estados**
- Representa todos los caminos que hay entre todos los estados posibles de un problema
- Podría asimilarse con un mapa de carreteras de un problema
- La solución de nuestro problema esta dentro de ese mapa

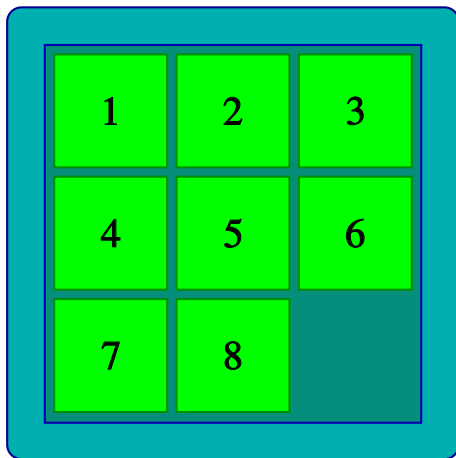
Solución de un problema en Espacio de Estados

- **Solución:** Secuencia de pasos que llevan del estado inicial al final (secuencia de operadores) o también el estado final
- **Tipos de solución:** una cualquiera, la mejor, todas
- **Coste de una solución:** Gasto en recursos de la aplicación de los operadores a los estados. Puede ser importante o no según el problema y que tipo de solución busquemos

Descripción de un problema en Espacio de Estados

- Definir el conjunto de estados del problema (explícita o implícitamente)
- Especificar el estado inicial
- Especificar el estado final o las condiciones que cumple
- Especificar los operadores de cambio de estado (condiciones de aplicabilidad y función de transformación)
- Especificar el tipo de solución:
 - La secuencia de operadores o el estado final
 - Una solución cualquiera, la mejor (definición de coste), ...

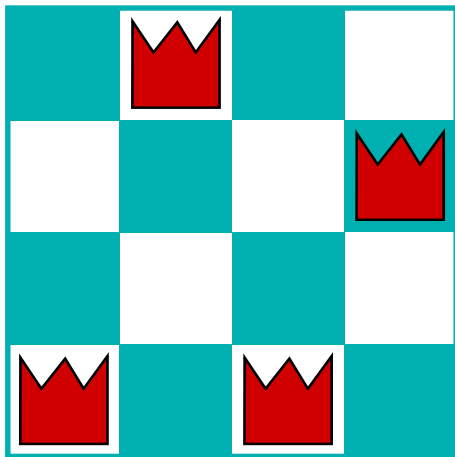
Ejemplo: 8 puzzle



Ejemplo: 8 puzzle

- Espacio de estados: Configuraciones de 8 fichas en el tablero
- Estado inicial: Cualquier configuración
- Estado final: Fichas en orden específico
- Operadores: Mover hueco
 - Condiciones: El movimiento está dentro del tablero
 - Transformación: Intercambio entre el hueco y la ficha en la posición del movimiento
- Solución: Qué pasos + El menor número

Ejemplo: N reinas



Ejemplo: N reinas

- Espacio de estados: Configuraciones de 0 a n reinas en el tablero con sólo una por fila y columna
- Estado inicial: Configuración sin reinas en el tablero
- Estado final: Configuración en la que ninguna reina se mata entre si
- Operadores: Colocar una reina en una fila y columna
 - Condiciones: La reina no es matada por ninguna ya colocada
 - Transformación: Colocar una reina mas en el tablero en una fila y columna determinada
- Solución: Una solución, pero no nos importan los pasos

Búsqueda en el espacio de estados

- La resolución de un problema con esta representación pasa por explorar el espacio de estados
- Partimos del estado inicial evaluando cada paso hasta encontrar un estado final
- En el caso peor exploraremos todos los posibles caminos entre el estado inicial del problema hasta llegar al estado final

Estructura del espacio de estados

- Primero definiremos una representación del espacio de estados para poder implementar algoritmos que busquen soluciones
 - Estructuras de datos: Árboles y Grafos
 - Estados = Nodos
 - Operadores = Arcos entre nodos (dirigidos)
 - Árboles: Solo un camino lleva a un nodo
 - Grafos: Varios caminos pueden llevar a un nodo

Algoritmo Básico

- El espacio de estados puede ser **infinito**
- Es necesaria una aproximación diferente par buscar y recorrer árboles y grafos (no podemos tener la estructura en memoria)
- La estructura la construimos a medida que hacemos la búsqueda

Algoritmo Básico

Función: Búsqueda en espacio de estados()

Datos: El estado inicial

Resultado: Una solución

Seleccionar el primer estado como el estado actual

mientras *estado actual* \neq *estado final* **hacer**

 | Generar y guardar sucesores del estado actual (expansión)

 | Escoger el siguiente estado entre los pendientes (selección)

fin

- La selección del siguiente nodo determinará el tipo de búsqueda (orden de selección o expansión)
- Es necesario definir un orden entre los sucesores de un nodo (orden de generación)

Algoritmo Básico

- **Nodos abiertos:** Estados generados pero aún no visitados
- **Nodos cerrados:** Estados visitados y que ya se han expandido
- Tendremos una estructura para almacenar los nodos abiertos
- Las diferentes políticas de inserción en la estructura determinarán el tipo de búsqueda
- Si exploramos un grafo puede ser necesario tener en cuenta los **estados repetidos** (esto significa tener una estructura para los nodos cerrados). Merece la pena si el número de nodos diferentes es pequeño respecto al número de caminos

Características de los algoritmos

- Características:
 - **Complejidad:** ¿Encontrará una solución?
 - **Complejidad temporal:** ¿Cuanto tardará?
 - **Complejidad espacial:** ¿Cuanta memoria gastará?
 - **Optimalidad:** ¿Encontrará la solución óptima?

Algoritmo General de Búsqueda

Algoritmo: Busqueda General

Est_abiertos.insertar(Estado inicial)

Actual ← Est_abiertos.primer()

mientras no es_final?(Actual) y no Est_abiertos.vacia?() hacer

 Est_abiertos.borrar_primer()

 Est_cerrados.insertar(Actual)

 Hijos ← generar_sucesores(Actual)

 Hijos ← tratar_repetidos(Hijos, Est_cerrados, Est_abiertos)

 Est_abiertos.insertar(Hijos)

 Actual ← Est_abiertos.primer()

fin

- **Variando la estructura de abiertos variamos el comportamiento del algoritmo** (orden de visita de los nodos)
- La función generar_sucesores seguirá el orden de generación de sucesores definido en el problema
- El tratamiento de repetidos dependerá de cómo se visiten los nodos

Tipos de algoritmos

- Algoritmos de búsqueda ciega
 - **No tienen en cuenta el coste de la solución** en la búsqueda
 - Su funcionamiento es sistemático, siguen un orden de visitas y generación de nodos establecido por la estructura del espacio de búsqueda
 - Anchura prioritaria, Profundidad prioritaria, Profundidad iterativa
- Algoritmos de búsqueda heurística
 - **Utilizan una estimación del coste de la solución** para guiar la búsqueda
 - No siempre garantizan el óptimo, ni una solución
 - Hill-climbing, Branch and Bound, A*, IDA*

Búsqueda en Anchura Prioritaria

- Los nodos se visitan y generan por niveles
- La estructura para los nodos abiertos es una cola (FIFO)
- Un nodo es visitado cuando todos los nodos de los niveles superiores y sus hermanos precedentes han sido visitados
- Características:
 - Completitud: El algoritmo siempre encuentra una solución
 - Complejidad temporal: Exponencial respecto al factor de ramificación y la profundidad de la solución $O(r^P)$
 - Complejidad espacial: Exponencial respecto al factor de ramificación y la profundidad de la solución $O(r^P)$
 - Optimalidad: La solución que se encuentra es óptima en número de niveles desde la raíz

Búsqueda en Profundidad Prioritaria

- Los nodos se visitan y generan buscando los nodos a mayor profundidad y retrocediendo cuando no se encuentran nodos sucesores
- La estructura para los nodos abiertos es una pila (LIFO)
- Para garantizar que el algoritmo acaba debe imponerse un **límite** en la profundidad de exploración
- Características
 - Completitud: El algoritmo encuentra una solución si se impone un límite de profundidad y existe una solución dentro de ese límite
 - Complejidad temporal: Exponencial respecto al factor de ramificación y la profundidad del límite de exploración $O(r^p)$
 - Complejidad espacial: En el caso de no controlar los nodos repetidos el coste es lineal respecto al factor de ramificación y el límite de profundidad $O(rp)$. Si tratamos repetidos el coste es igual que en anchura. Si la implementación es recursiva el coste es $O(p)$
 - Optimalidad: No se garantiza que la solución sea óptima

Búsqueda en Profundidad Limitada

Procedimiento: Búsqueda en profundidad limitada (límite: entero)

Est_abiertos.insertar(Estado inicial)

Actual \leftarrow Est_abiertos.primeros()

mientras no es_final?(Actual) y no Est_abiertos.vacia?() hacer

 Est_abiertos.borrar_primeros()

 Est_cerrados.insertar(Actual)

si profundidad(Actual) \leq limite **entonces**

 Hijos \leftarrow generar_sucesores (Actual)

 Hijos \leftarrow tratar_repetidos (Hijos, Est_cerrados, Est_abiertos)

 Est_abiertos.insertar(Hijos)

fin

 Actual \leftarrow Est_abiertos.primeros()

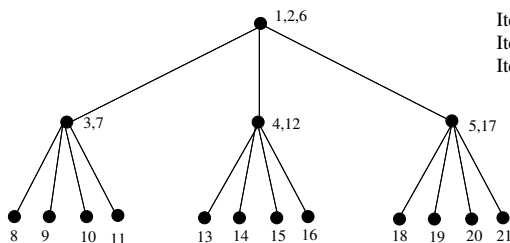
fin

- La estructura de abiertos es ahora una pila
- Se dejan de generar sucesores cuando se llega al límite de profundidad
- Esta modificación garantiza que el algoritmo acaba
- Si tratamos repetidos el ahorro en espacio es nulo

ID (iterative deepening): profundidad iterativa

- Intenta combinar el comportamiento espacial del DFS con la optimalidad del BFS
- El algoritmo consiste en realizar **búsquedas en profundidad sucesivas** con un nivel de profundidad máximo acotado y creciente en cada iteración
- Así se consigue el comportamiento de BFS pero sin su coste espacial, ya que la exploración es en profundidad, y además los nodos se regeneran a cada iteración
- Además esto permite evitar los casos en que DFS no acaba (existen ramas infinitas)
- En la primera iteración la profundidad máxima será 1 y este valor irá aumentando en sucesivas iteraciones hasta llegar a la solución
- Para garantizar que el algoritmo acaba si no hay solución, se puede definir una cota máxima de profundidad en la exploración

ID (iterative deepening)



Iteracion 1: 1

Iteracion 2: 2,3,4,5

Iteracion 3: 6,7,8,9,...21

Búsqueda en profundidad iterativa

Procedimiento: Búsqueda en profundidad iterativa (limite: entero)

prof \leftarrow 1

Actual \leftarrow Estado inicial

mientras no *es_final?(Actual)* **y** *prof < limite* **hacer**

 Est_abiertos.inicializar()

 Est_abiertos.insertar(Estado inicial)

 Actual \leftarrow Est_abiertos.primerero()

mientras no *es_final?(Actual)* **y no** *Est_abiertos.vacia?()* **hacer**

 Est_abiertos.borrar_primerero()

 Est_cerrados.insertar(Actual)

si *profundidad(Actual) \leq prof* **entonces**

 Hijos \leftarrow generar_sucesores (Actual)

 Hijos \leftarrow tratar_repetidos (Hijos, Est_cerrados, Est_abiertos)

 Est_abiertos.insertar(Hijos)

fin

 Actual \leftarrow Est_abiertos.primerero()

fin

 prof \leftarrow prof+1

fin

Profundidad Iterativa

- Completitud: El algoritmo siempre encontrará la solución
- Complejidad temporal: La misma que la búsqueda en anchura. El regenerar el árbol en cada iteración solo añade un factor constante a la función de coste $O(r^P)$
- Complejidad espacial: Igual que en la búsqueda en profundidad
- Optimalidad: La solución es óptima igual que en la búsqueda en anchura